1 Brüche

1.1 Grundbegriffe

Brüche haben die Form $\frac{z}{n}$ mit $z \in 9$, $n \in \mathbb{N}$.
z heißt der **Zähler**, n der **Nenner** des Bruches.

Unechte Brüche kann man in **gemischte Zahlen** umwandeln
Bsp.: $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$.

1.2 Bruchzahlen

Zu jeder Bruchzahl gehören unendlich viele verschiedene Brüche

Bsp.: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$. Der Bruchstrich ersetzt das Divisionszeichen $z : n = \frac{z}{n}$.

1.3 Formänderung von Brüchen

a) **Erweitern** eines Bruches bedeutet: Zähler und Nenner werden mit derselben natürlichen Zahl multipliziert.

$\frac{z}{n} = \frac{z \cdot k}{n \cdot k}, k \in \mathbb{N}$ *Bsp.:* $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$

Kürzen eines Bruches bedeutet: Zähler und Nenner werden durch einen gemeinsamen Teiler k dividiert.

$\frac{z}{n} = \frac{z:k}{n:k}, k \in \mathbb{N}$ *Bsp.:* $\frac{14}{21} = \frac{14:7}{21:7} = \frac{2}{3}$

Durch Kürzen und Erweitern wird der Wert des Bruches nicht verändert.

1.4 Anordnung der Bruchzahlen

Von zwei Brüchen mit gleichem Zähler ist derjenige der größere, der den kleineren Nenner hat. *Bsp.:* $\frac{4}{9} < \frac{4}{7}$

Von zwei Brüchen mit gleichem Nenner ist derjenige der größere, der den größeren Zähler hat. *Bsp.:* $\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$

Brüche mit verschiedenen Nennern bringt man vor dem Vergleichen auf den **Hauptnenner** (= kgV aller Nenner).

1.5 Addieren und Subtrahieren

Brüche mit gleichem Nenner werden addiert (subtrahiert), indem man die Zähler addiert (subtrahiert) und den Nenner beibehält.

Bsp.: $\frac{3}{11} + \frac{4}{11} = \frac{7}{11}$, $\frac{7}{13} - \frac{3}{13} = \frac{4}{13}$

Brüche mit verschiedenen Nennern erweitert man zuerst auf den **Hauptnenner**. *Bsp.:* $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$

1.6 Multiplizieren

$$\textbf{Bruch} \cdot \textbf{Bruch} = \frac{\textbf{Zähler} \cdot \textbf{Zähler}}{\textbf{Nenner} \cdot \textbf{Nenner}}$$

Bsp.: $\frac{3}{8} \cdot \frac{14}{15} = \frac{1 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{7}{20}$ (Vorher kürzen!)

Gemischte Zahlen müssen vor dem Multiplizieren in Brüche verwandelt werden.

1.7 Dividieren

Bruch : Bruch = Bruch · Kehrbruch

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ *Bsp.:* $\frac{3}{14} : \frac{6}{7} = \frac{3 \cdot 7}{14 \cdot 6} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$

1.8 Bruchteile

Das Wort “von“ wird nach einem Bruch durch „ · “ ersetzt.

Bsp.: $\frac{2}{5} \, von \, \frac{3}{8} \, kg = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8} \, kg = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 4} \, kg = \frac{3}{20} \, kg$

2 Dezimalschreibweise

Zahlen wie z.B. 1,356 heißen **Dezimalbrüche**. Dabei bedeutet die 1.(2.,3.,...) Stelle hinter dem Komma Zehntel (Hundertstel, Tausendstel,....).Die Ziffern hinter dem Komma heißen **Dezimalen.**

Bsp.: $0{,}04=\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$; $1{,}234=1\frac{234}{1000}=1\frac{117}{500}$

2.1 Runden von Dezimalbrüchen

Ist die erste wegzulassende Ziffer 0 ,1, 2, 3, 4, so wird abgerundet, ist sie 5, 6, 7, 8, 9, so wird aufgerundet.

Bsp.: Runden auf:	1 Dez.	2 Dez.	3 Dez.
3,4564	≈3,5	≈3,46	≈3,456

2.2 Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen

Addition (Subtraktion) der Stellen gleichen Wertes

Bsp.: 3,76 + 4,325 = 8,085

2.3 Multiplikation und Division mit Zehnerpotenzen

Verschieben des Kommas um so viele Stellen nach rechts (links), wie die Stufenzahl Nullen hat.

Bsp.: $2{,}04 \cdot 1000 = 2040$; $14{,}73 : 100 = 0{,}1473$

2.4 Multiplikation von Dezimalbrüchen

Die Kommas bleiben beim Multiplizieren zunächst unberücksichtigt. Das Ergebnis erhält so viele Dezimalen, wie die Faktoren zusammen haben. *Bsp.:* $9{,}2 \cdot 0{,}02 = 0{,}184$

2.5 Division durch eine natürliche Zahl

Vor dem Herabholen der 1. Ziffer hinter dem Komma wird im Ergebnis das Komma gesetzt. *Bsp.:* 9,2 : 8 = 1,1

2.6 Division durch einen Dezimalbruch

Beim Dividenden und Divisor darf das Komma um gleich viele Stellen in die gleiche Richtung verschoben werden.

Das Komma wird so weit verschoben, bis der Divisor eine natürliche Zahl ist.
Bsp.: 2,56 : 1,6 = 25,6: 16 = 1,6

2.7 Umformen gewöhnlicher Brüche in Dezimalbrüche

$\mathbf{\frac{z}{n} = z:n}$ ergibt einen endlichen oder unendlichen periodischen Dezimalbruch.
Die sich wiederholende Ziffernfolge heißt **Periode.**

3 Prozentrechnung

Prozent = Hundertstel

Bsp.: $5\% = \begin{cases} \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \\ 0{,}05 \end{cases}$ $25\% = \begin{cases} \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \\ 0{,}25 \end{cases}$

3.1 Prozentsatz, Grundwert, Prozentwert

Anteile werden häufig in Prozent angegeben. $p\% = \frac{p}{100}$

Es gilt: $p\%$ von GW $= \frac{p}{100} \cdot GW = PW$, also: $p\% = \frac{PW}{GW}$

p% = **Prozentsatz**, GW = **Grundwert,** PW = **Prozentwert**
Dem Grundwert entspricht immer 100%.

3.2 Beispiele

a) Eine Ware kostet 50,00 € und wird um 16% verteuert. 100% ↔ 50,00 € 1% ↔ 50,00€ : 100 = 0,5 € 116% ↔ 0,5 € · 116 = 58,00 € Die Ware kostet jetzt 58 €.	b) Eine Ware kostet 58,00 € und wird um 16% verbilligt. 100% ↔ 58,00 € 1% ↔ 58,00€ : 100 = 0,58 € 84% ↔ 0,58 € · 84 = 48,72 € Die Ware kostet jetzt 48,72 €.
c) Eine Ware wird von 50 € auf 58 € verteuert.	
50 € ↔ 100% 1 € ↔ 100% : 50 = 2% 8 € ↔ 2% · 8 = 16% Die Preiserhöhung beträgt 16%.	Oder mit Formel: $p\% = \frac{PW}{GW} = \frac{8\ €}{50\ €} = 0{,}16 = 16\%$

4 Proportionalität; Schlussrechnung

4.1 Direkte Proportionalität

Bei einer direkten Proportionalität wird dem doppelten, dreifachen,...Wert der einen Größe x der doppelte, dreifache,... Wert der anderen Größe y zugeordnet.

Bsp.: Benzinverbrauch ↔ Kosten

Dreisatz (Schlussrechnung):

Bsp.: 7 ℓ ↔ 7,84 €

1 ℓ ↔ 7,84 € : 7 = 1,12 €

20 ℓ ↔ 22,40 €

4.2 Indirekte (umgekehrte) Proportionalität

Bei einer indirekten Proportionalität wird dem doppelten, dreifachen, ... Wert der einen Größe die Hälfte, der dritte Teil,... der anderen Größe zugeordnet.

Bsp.: Anzahl der Arbeiter ↔ Arbeitszeit

Dreisatz (Schlussrechnung):

Bsp.: 7 A. ↔ 40 h
1 A. ↔ $7 \cdot 40$ h = 280 h
5 A. ↔ 280 h : 5 = 56 h

5 Relative Häufigkeit; Vierfeldertafel

Florian würfelt 80 mal, dabei erhält er 17 mal die Sechs.

17 heißt **absolute Häufigkeit** der Sechs, $\frac{17}{80}$ **relative Häufigkeit**.

Betrachtet man 2 verschiedene Ereignisse, kann man eine Vierfeldertafel mit absoluten oder relativen Häufigkeiten aufstellen.

Bsp.: Von 25 Mitgliedern der Klasse 6e sind 13 Mädchen, 8 Kinder haben lange Haare, 9 Buben sind kurzhaarig.
Wie viele langhaarige Mädchen gibt es?

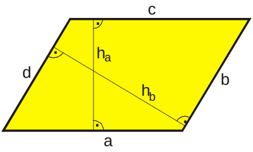
	Mädchen	Buben	
langhaarig	5 (=8-3=13-8)	3 (=12-9)	8
kurzhaarig	8 (=17-9)	9	17 (=25-8)
	13	12 (=25-13)	25

Es gibt also 5 langhaarige Mädchen.

6 Flächenberechnungen

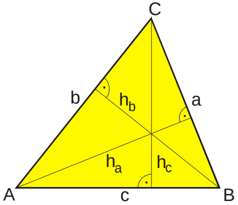
6.1 Parallelogramm:

$$A_P = a \cdot h_a = b \cdot h_b \;;$$



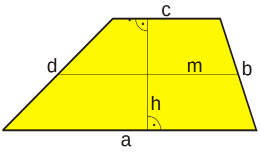
6.2 Dreieck

$$A_D = \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \\ = \tfrac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \\ = \tfrac{1}{2} \cdot c \cdot h_c \;;$$



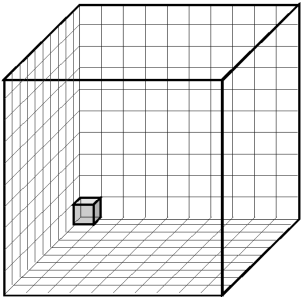
6.3 Trapez

$$A_T = \tfrac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h = \\ = \quad m \cdot h \;;$$



7 Rauminhalte

7.1 Volumeneinheiten:



$mm^3 \rightarrow cm^3 \rightarrow dm^3 \rightarrow m^3$

Umrechnungszahl **1000**

bzw. Komma verschiebt sich um 3 Stellen

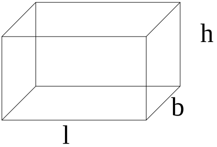
$1\,\ell = 1\,dm^3$

Bsp: $123\,456\ cm^3 = 123{,}456\ dm^3 = 123\ dm^3\ 456\ cm^3$

$1m^3\ 2dm^3\ 34\ cm^3 = 1\,002\,034\ cm^3 = 1{,}002034\ m^3$

7.2 Volumen des Quaders

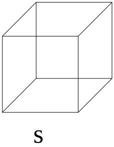
$$\boxed{V_Q = l \cdot b \cdot h = G \cdot h}$$



l = Länge, b = Breite, h = Höhe, $G = l \cdot b$ Grundfläche

7.3 Volumen des Würfels

$$\boxed{V_W = s^3}$$



s = Seitenlänge