Terme

Allgemeines

Treten in einem Term (Rechenausdruck) **verschiedene** Variablen auf, dann dürfen diese mit **verschiedenen** oder mit **gleichen** Zahlen belegt werden.

Tritt aber **dieselbe Variable** mehrmals in einem Term auf, so muss sie jeweils mit **derselben Zahl** belegt werden.

Erst wenn man die Variablen in einem Term mit Zahlen belegt, erhält man den Wert des Terms.

- $T(x) = x^2 - 3x \quad T(-4) = (-4)^2 - 3\cdot(-4) = 16 + 12 = 28$

Abkürzende Schreibweise: $3 \cdot x = 3x$

Termumformungen

- Umformungen nach den gültigen Rechengesetzen (Kommutativ- und Assoziativgesetze, Klammerregeln siehe Jgst. 5)
- **Distributivgesetz**: $\boxed{a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c}$
- **Klammern auflösen**: Steht ein *Plus* vor der Klammer, kann man die Klammer ohne weiteres weglassen. Steht ein *Minus* vor der Klammer, läßt man die Klammer weg und kehrt gleichzeitig alle Rechenzeichen in der Klammer um.
$x - (y^2 - 2x) + y^2 = x - y^2 + 2x + y^2$

- Summen werden vereinfacht, indem man **gleichartige** Summanden zusammenfasst.

  $x - y^2 + 2x + y^2 = x + 2x - y^2 + y^2 = 3x$

- Bei einer Summe ungleichartiger Terme , etwa 3a + $4a^2$, ist **kein** Zusammenfassen möglich.

- Bei einer Summe von Produkten werden zunächst die einzelnen Produkte vereinfacht. Dann werden die Summanden, in denen die gleichen Variablen mit jeweils derselben Potenz vorkommen, zusammengefasst.

$$3x^2 + 7y^3 - (5x)^2 - 4y^2 = 3x^2 + 7y^3 - 25x^2 - 4y^2 = -22x^2 + 7y^3 - 4y^2$$

- Zwei Summen werden multipliziert, indem man jeden Summanden der ersten Klammer mit allen Summanden der zweiten Klammer multipliziert (unter Berücksichtigung der Vorzeichen) und die Produkte addiert.

$$\boxed{(a+b)\cdot(c+d) = ac + ad + bc + bd}$$

$$(2x + 3y)(3 - 4x) = 6x - 8x^2 + 9y - 12xy$$

Die binomischen Formeln

$\mathbf{(a + b)^2}$	$\mathbf{= a^2 + 2ab + b^2}$
$\mathbf{(a - b)^2}$	$\mathbf{= a^2 - 2ab + b^2}$
$\mathbf{(a + b)(a - b)}$	$\mathbf{= a^2 - b^2}$

$(c^2 + 7)^2 = c^4 + 14c^2 + 49$

$(1 - a^2x)^2 = 1 - 2a^2x + a^4x^2$

$(2f - 3g)(2f + 3g) = 4f^2 - 9g^2$

$(-3d - 2e)^2 = 9d^2 + 12de + 4e^2$

$(-d + 2e)^2 = d^2 - 4de + 4e^2$

$(-3d - 2e)(-3d + 2e) = 9d^2 - 4e^2$

Faktorisieren von Summen

Durch Ausklammern gemeinsamer Faktoren oder mit Hilfe der binomischen Formeln kann man bestimmte Summen faktorisieren.

Beispiele:

$-4a + 4b = -4(a - b)$

$ac + bc - ad - bd = c(a + b) - d(a + b) = (a + b)(c - d)$

$e^2x - ex + 3e^2y - 3ey = x(e^2 - e) + 3y(e^2 - e) = (e^2 - e)(x + 3y) =$
$= e(e - 1)(x + 3y)$

$3r^2 - 6rs + 3s^2 - xr^2 + 2xrs - xs^2 = (3 - x)(r - s)^2$

Lineare Gleichungen und Ungleichungen

Die Lösungsmenge einer Gleichung ändert sich nicht, wenn man **auf beiden Seiten** dieselbe Zahl oder denselben Term addiert (subtrahiert) oder auf beiden Seiten mit der selben Zahl von Null verschiedenen Zahl multipliziert (dividiert). Solche Umformungen sind **Äquivalenzumformungen**.

$$
\begin{array}{rcll}
5 - 0{,}5x & = & 3 + 0{,}75x & \quad + 0{,}5x \\
5 & = & 3 + 1{,}25x & \quad - 3 \\
2 & = & 1{,}25x & \quad : 1{,}25 \\
1{,}6 & = & x & \\
L & = & \{1{,}6\} & \quad \text{falls } G = \Theta \\
L & = & \{\ \} & \quad \text{falls } G = \angle
\end{array}
$$

Eine lineare Gleichung hat entweder **genau eine** Zahl oder **keine** Zahl *(unerfüllbare Gleichung)* oder **alle** Zahlen der Grundmenge *(allgemeingültige Gleichung)* als Lösung.

Ungleichungen löst man genauso wie Gleichungen.
Ausnahme: Das Ungleichheitszeichen wird **umgekehrt**, wenn auf beiden Seiten **mit einer negativen Zahl multipliziert (dividiert)** wird.

$$
\begin{array}{c}
-5x > 2 \\
x < -\frac{2}{5}
\end{array}
$$

Lösungsmenge L = $\{x \mid x < -\frac{2}{5}\}$ oder $]-\infty; -\frac{2}{5}[$

<u>Intervallschreibweise:</u>
abgeschlossenes Intervall (Grenzen eingeschlossen): [a;b]
offenes Intervall (Grenzen ausgeschlossen):]a;b[

halboffene Intervalle: [a;b[bzw.]a;b]